طرق دراسة الحركة.

الحركة تقسم إلى:
- حركة جسيم
- حركة جسم صلب.

ولدراسة الحركة يتطلب: الموضع ← السرعة ← التسارع.

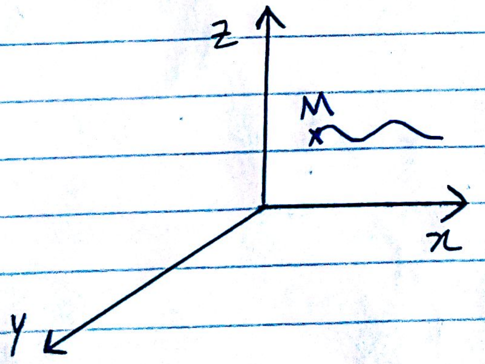
طرق دراسة الحركة: 1- طريقة الاحداثيات الديكارتية:

← معادلة الحركة

$x = f(t)$ معادلة الحركة على المحور x

$y = f(t)$ معادلة الحركة على المحور y

$z = f(t)$ معادلة الحركة على المحور z



تعريف المسار:
هي النقاط التي تشغلها النقطة المادية في حركتها.

ملاحظة: معادلة المسار تكون خالية من الزمن مثال: $x = \frac{2y^2}{5}$

أما معادلة الحركة تحوي الزمن مثال: $x = 2t^3 - 2t$

حساب السرعة:

$$\vec{V} = \vec{V}_x + \vec{V}_y + \vec{V}_z$$

$$v_x = \frac{dx}{dt} = \dot{x}$$

$$v_y = \frac{dy}{dt} = \dot{y}$$

$$v_z = \frac{dz}{dt} = \dot{z}$$

$$\Rightarrow \vec{v} = \dot{x}\vec{i} + \dot{y}\vec{j} + \dot{z}\vec{k}$$

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}$$

ملاحظة: الشعاع لا يعرف إلا بالقيمة والوحدة والاتجاه والمبدأ

التجاهات الموجهة لشعاع السرعة:

$$\rightarrow \alpha = \cos(\vec{V}, \vec{i}) = \frac{v_x}{v}$$

$$\rightarrow \beta = \cos(\vec{V}, \vec{j}) = \frac{v_y}{v}$$

$$\rightarrow \gamma = \cos(\vec{V}, \vec{k}) = \frac{v_z}{v}$$

حساب التسارع:

$$\vec{A} = \vec{A}_x + \vec{A}_y + \vec{A}_z$$

$$a_x = \frac{dv_x}{dt} = \dot{v}_x$$

$$a_y = \frac{dv_y}{dt} = \dot{v}_y$$

$$a_z = \frac{dv_z}{dt} = \dot{v}_z$$

$$\Rightarrow \vec{a} = \dot{v}_x\vec{i} + \dot{v}_y\vec{j} + \dot{v}_z\vec{k}$$

$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}$$

Scanned by CamScanner

التجيبات الموجهة لشعاع التسارع:

$$\alpha' = \cos(A, \vec{i}) = \frac{a_x}{a}$$

$$\beta' = \cos(A, \vec{j}) = \frac{a_y}{a}$$

$$\gamma' = \cos(A, \vec{k}) = \frac{a_z}{a}$$

مسألة: يتحرك جسم على مسار منحني وفق العلاقات التالية:

$$x = 2t^3 + 3t - 2$$

$$y = 3t^2 - 1$$

$$z = t^3 - t$$

المطلوب: شعاع سرعة الجسم وشعاع التسارع وموضع النقطة عندما $t = 1s$.

الحل:

نعوض $t = 1s$ في معادلات الحركة

$$t = 1s \Rightarrow x = 2(1)^3 + 3(1) - 2 = 3$$

$$t = 1s \Rightarrow y = 3(1)^2 - 1 = 2$$

$$t = 1s \Rightarrow z = (1)^3 - 1 = 0$$

$$\Rightarrow M_1(3, 2, 0)$$ موضع النقطة

شعاع السرعة:

$$\vec{V} = \vec{V}_x + \vec{V}_y + \vec{V}_z$$

$$v_x = \frac{dx}{dt} = \frac{d(2t^3 + 3t - 2)}{dt} = 6t^2 + 3$$

$$t = 1s \rightarrow v_x = 6(1)^2 + 3 = 9\,m.s^{-1}$$

$$v_y = \frac{dy}{dt} = \frac{d(3t^2 - 1)}{dt} = 6t$$

$$t = 1s \rightarrow v_y = 6(1) = 6\,m.s^{-1}$$

$$v_z = \frac{dz}{dt} = \frac{d(t^3 - t)}{dt} = 3t^2 - 1$$

$$t = 1s \rightarrow v_z = 3(1)^2 - 1 = 2\,m.s^{-1}$$

Scanned by CamScanner

شعاع السرعة $\vec{V} = 9\vec{i} + 6\vec{j} + 2\vec{k}$

قيمته العددية $v = \sqrt{9^2 + 6^2 + 2^2} = \sqrt{121} = 11\ m.s^{-1}$

الجيات الموجهة لـ v $\alpha = \cos(\vec{V}, \vec{i}) = \frac{v_x}{v} = \frac{9}{11}$

$\Rightarrow \cos^{-1}\frac{9}{11} = 35°$

$\beta = \cos(\vec{V}, \vec{j}) = \frac{v_y}{v} = \frac{6}{11}$

$\Rightarrow \cos^{-1}\frac{6}{11} = 56°$

$\gamma = \cos(\vec{V}, \vec{k}) = \frac{v_z}{v} = \frac{2}{11}$

$\Rightarrow \cos^{-1}\frac{2}{11} = 79$

* التسارع $\vec{A} = \vec{A}_x + \vec{A}_y + \vec{A}_z$

$a_x = \frac{dv_x}{dt} = \frac{d(6t^2+3)}{dt} = 12t$

$t = 1s \rightarrow a_x = 12(1) = 12\ m.s^{-2}$

$a_y = \frac{dv_y}{dt} = \frac{d(6t)}{dt} = 6\ m.s^{-2}$

$a_z = \frac{dv_z}{dt} = \frac{d(3t^2-1)}{dt} = 6t$

$t = 1s \rightarrow a_z = 6(1) = 6\ m.s^{-2}$

شعاع التسارع $\vec{A} = 12\vec{i} + 6\vec{j} + 6\vec{k}$

قيمته العددية $a = \sqrt{12^2 + 6^2 + 6^2} = \sqrt{216} = 14,6\ m.s^{-2}$

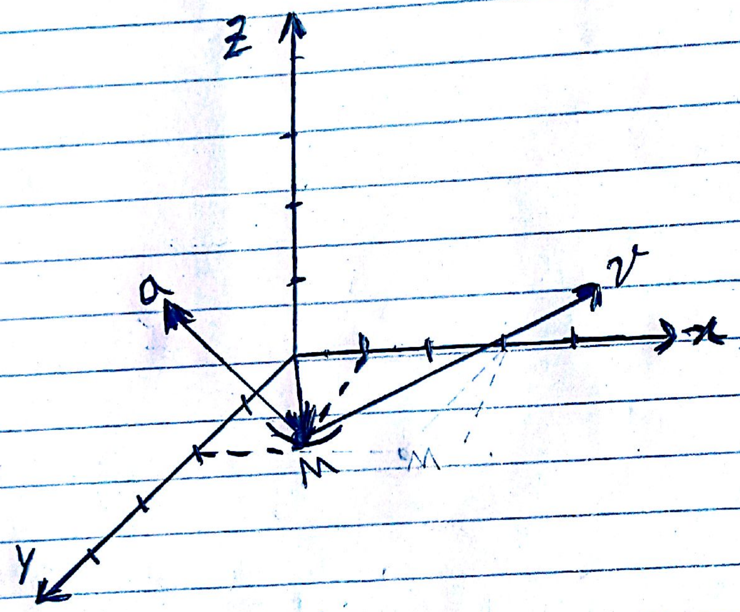
Scanned by CamScanner

البيانات الموجهة لـ a

$\alpha' = \cos(A, \vec{i}) = \frac{a_x}{a} = \frac{12}{14,6} = \cos^{-1} \frac{12}{14,6} = 36,8°$

$\beta' = \cos(A, \vec{j}) = \frac{a_y}{a} = \frac{6}{14,6} = \cos^{-1} \frac{6}{14,6} = 66,4°$

$\gamma' = \cos(A, \vec{k}) = \frac{a_z}{a} = \frac{6}{14,6} = \cos^{-1} \frac{6}{14,6} = 66,4°$



يتحرك جسيم في المستوي (x, y) حيث

$x = 20\cos 2t$ $\quad y = 20\sin 2t$

المطلوب: 1) معادلة المسار 2) شعاع السرعة

3) شعاع التسارع.

الحل:

$x^2 = 400\cos^2 2t$

$y^2 = 400\sin^2 2t$

معادلة المسار $\Rightarrow x^2 + y^2 = 400$

معادلة دائرة مركزها $(0,0)$ ونصف قطرها 20

ملاحظة: عندما يكون لدينا في معادلات الحركة cos أو sin نربع الطرفين ونجمعهما في حال تساويه أمثالهما.

Scanned by CamScanner

شعاع السرعة $\vec{V} = \vec{V}_x + \vec{V}_y$

$$v_x = \frac{dx}{dt} = \frac{d(20\cos 2t)}{dt} = -40\sin 2t$$

$$v_y = \frac{dy}{dt} = \frac{d(20\sin 2t)}{dt} = 40\cos 2t$$

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{(-40\sin 2t)^2 + (40\sin 2t)^2} = 40\,m.s^{-1}$$

> ملاحظة: في هذه المسألة غير محتاجين لقياس الزاوية β بل نأخذ فقط قيمة الزاوية α لأنه يوجد لدينا مستويين (x, y).

$$\alpha = \cos(\vec{V}, \vec{i}) = \frac{v_x}{v}$$

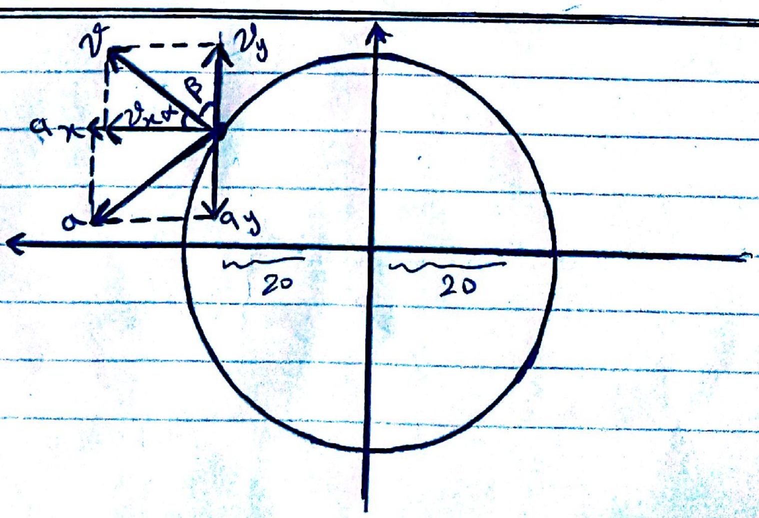
$$\vec{A} = \vec{A}_x + \vec{A}_y$$

$$a_x = \frac{dv_x}{dt} = -80\cos 2t$$

$$a_y = \frac{dv_y}{dt} = -80\sin 2t$$

$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} = \sqrt{(-80\cos 2t)^2 + (-80\sin 2t)^2} = 80\,m.s^{-2}$$

> ملاحظة: هذه المسألة توضيحية لإيجاد معادلة المسار فقط



ملاحظة: مباشر x و v (نفس الجهة).
غير مباشر (عكس الجهة).

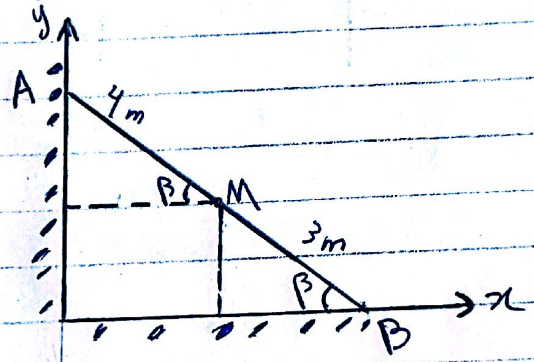
متباطئة عكس بالإشارة $A<0$ ، $v>0$

متسارعة نفس الإشارة $A>0$, $v>0$

$v<0$, $A<0$

مسألة: مسطرة AB تنزلق في مستوي على جدارين متعامدين طولها $7m$

المطلوب: معادلة المسار النقطة A والسرعة والتسارع علماً بأن $Am = 4m$ ؟



الحل:

$X_m = 4\cos\beta$

$Y_m = 3\sin\beta$

ملاحظة: في هذه المسألة أمثال الـ $\cos$ و $\sin$ غير متساويين فلا نربع.

$$\Rightarrow \frac{X_m}{4} = \cos\beta \quad , \quad \frac{Y_m}{3} = \sin\beta$$

$$\Rightarrow \boxed{\frac{X_m^2}{16} + \frac{Y_m^2}{9} = 1}$$ معادلة المسار

$$\vec{V} = \vec{V_x} + \vec{V_y}$$

$$v_x = \frac{dx}{dt} = -4\sin\beta$$

$$v_y = \frac{dy}{dt} = 3\cos\beta$$

$$\vec{A} = \vec{A}_x + \vec{A}_y$$

$$a_x = \frac{dv_x}{dt} = -4\cos\beta$$

$$a_y = \frac{dv_y}{dt} = -3\sin\beta$$

ملاحظة: الاشتقاق دائماً يكون بالنسبة للزمن

أمثلة:

$$X = 2t^2 \Rightarrow v_x = 4t$$

$$X = 2y^2 \Rightarrow v_x = \frac{dx}{dt} = \frac{dx}{dy} \cdot \frac{dy}{dt}$$

$$\Rightarrow v_x = 4y \cdot v_y$$

$$X = \sin\theta \Rightarrow v_x = \frac{dx}{dt} = \frac{dx}{d\theta} \cdot \frac{d\theta}{dt}$$

$$v_x = \cos\theta \cdot \dot{\theta}$$

Viva RBC's :)